

Suites arithmétiques

Activité tableur

Avec des cartes à jouer, on construit un château de cartes comme indiqué ci-dessous.

On supposera (ce qui est purement théorique!) qu'il est techniquement possible de réaliser la construction quel que soit le nombre d'étages, sous réserve que le nombre de cartes dont on dispose est suffisant.

Etape 1 (un étage)



Etape 2 (deux étages)



Etape 3 (trois étages)



But de la séance : Trouver une formule qui permettrait, connaissant le nombre d'étages du château, de donner le nombre total de cartes nécessaires à la construction de ce château.

Soit u_n le nombre total de cartes nécessaires à la construction d'un château de cartes à n étages ($n \geq 1$).

Soit v_n le nombre de cartes à l'étage numéro n du château.

1. Combien valent v_1, v_2, v_3 ? Que remarque-t-on?
2. Remplir la colonne A du tableur avec les nombres d'étages : $1, 2, \dots, 10$.
3. Remplir la colonne B avec les valeurs v_1, \dots, v_{10} .
4. Remplir la colonne C avec les valeurs $v_n - v_{n-1}$.
5. Remplir la colonne D avec les valeurs u_1, \dots, u_{10} .

Attention : il ne faut pas remplir les colonnes « à la main », mais plutôt automatiser le plus possible!

La suite (v_n) est une suite arithmétique de raison 3, et de premier terme $v_1 = 2$.

6. Exprimer v_n en fonction de n .
7. En écrivant sur une ligne les termes

$$v_1, v_2, \dots, v_{n-1}, v_n$$

puis sur une deuxième ligne les termes

$$v_n, v_{n-1}, \dots, v_2, v_1,$$

montrer que :

$$\forall n \geq 1, u_n = \frac{n(3n+1)}{2}.$$

8. Remplir la colonne E du tableur en utilisant la formule trouvée.
9. Représenter graphiquement **de manière adéquate** les suites u_n et v_n .