# TP Maple $n^{\circ}1$

#### Introduction à Maple. Nombres complexes.

# 1 Utilisation

En Maple, une commande finit toujours par ; ou :. Si elle se finit par :, Maple n'affiche pas le résultat. Il est possible de regrouper plusieurs commandes sur la même ligne :

> 5+5; 4\*4;3-3:

10 16

La commande % permet de rappeler le dernier résultat (affiché ou non), %% rappelle l'avant-dernier résultat.

5+5;	10
%*2;	10
	20
	5+5; %*2;

>

Dans Maple comme dans tout langage de programmation, il est possible d'attribuer une valeur à une variable. Attention, le nom de la variable commence toujours par une lettre et peut enseuite être suivie de chiffres. Attention, les majuscules ont une importance. Notez bien les deux points dans la commande :=.

>	toto23:=	=8;ToTo23:=6;	
			toto23:=8
			ToTo23:=6
>	toto23;	ToTo23;toto23*2;	
			8
			6
			16
>			

Une fois assignée, une variable conserve sa valeur jusqu'à la fin de la session Maple. Il est possible de réinitialiser toutes les variables par la commade **restart**; ou une seule avec la commande **unassign** (notez bien les guillemets).

>	titi:	=3:	
>	toto;	unassign('titi'): titi;	
			2
			titi
>	resta	rt:	
>	toto;		
			toto

Afin de rendre plus lisible un programme ou ue feuille de calcul, il est impératif d'ajouter un certain nombre de commentaires tout au ong des calculs. Une tel commentaire commence par **#** et va jusqu'à la fin de la ligne, et est ignoré par Maple.

>

La command e? permet d'accéder à l'aide de Maple. Pour l'utiliser, taper ?nom\_de\_la\_commande;

> ?solve;

### 2 Calcul numérique et calcul symbolique

On désigne par calcul numérique une suite d'opérations arithmétiques mettant enjeu des valeurs numériques (*ie* des nombres). Il se différencie du calcul symbolique qui autorise l'utilisation de symboles, définis ou non  $(x, \cos, \sin, \int, \dots)$ .

Généralement, le calcul numérique donne un résultat approché, tandis que le calcul symbolique donne un résultat exact :

```
> x^2+x^3-(2*x+x^2); #ceci est un calcul symbolique
3
x - 2 x
> x:=3.14: cos(3*x/2); #ceci est un calcul numérique
```

-.9999987317

Maple essaie par défaut de rendre un résultat exact et donc pas nécessairement sous forme numérique. Pour le forcer à évaluer des résultats exacts, il y a plusieurs méthodes : la commande **evalf** ou bien marquer un nombre sous forme « flottante »(0.5 au lieu de 1/2 par exemple). Le nombre de chiffres après la virgule est défini par la variable **Digits**. Par défaut elle est remise à 10 par la commande **restart** ou à chaque nouvelle feuille de calcul.

```
> 1/2 + 2; evalf(%); 0.5+2;
5
-
2
2.500000000
2.5
> cos(1); evalf(cos(1));
cos(1)
0.5403023059
> evalf(Pi); Digits := 40: evalf(Pi);
3.141592654
3.141592653589793238462643383279502884197
```

Maple dispose de nombreux outils permettant de travailler sur des expressions formelles. Voici par exemple trois commandes fondamentales (dont on pourra aller voir l'aide, remplie d'exemples !) :

- expand : pour développer les expressions

- simplify : tente de simplifier la formule

- factor : factorise l'expression.

Mple connaît beaucoup de fonctions mathématiques, ainsi que de nombreuses constantes (fonctions trigonométriques, logarithme, exponentielle,  $\pi$ , les nombres complexes...).

Maple peut aussi résoudre des systèmes d'équations en utilisant la commande solve :

> solve(x^3+x^2+x+1=0,x);

-1, I, -I

Pour tracer une courbe, on utilise la commande plot :

> plot(x^3+x+1,x=0..1);

## **3** Exercices

#### 3.1 Prise en main

Tapez les lignes suivantes et examinez le résultat (en essayant de l'anticiper!) :

```
> z:=2*x+1;
> evalf(z);
> x:=5;
> u:=z^2;
> evalf(z);
> diff(u,x);
> unassign('x');
> diff(u,x);
> evalf(z);
> restart:
> diff(u,x);
> evalf(z);
```

#### **3.2** Prise en main, niveau 2

```
> a:=sqrt(3);
> a*a;
> b:=2^(2/3);
> b^3;
> sin(Pi/12);
> evalf(a);
> Digits:=30;
```

```
> evalf(a);
> evalf(a,40);
> sqrt(-1);
> I^2;
> v:=(-1)^(1/3);
> evalf(v);
> evalc(v);
```

#### 3.3 Chiffres significatifs

- Afficher le résultat de  $\cos(3\pi/5)$  de façon exacte puis avec 7 chiffres après la virgule.

- Affichez le même résultat avec 100 chiffres après la virgule.

#### 3.4 Trigonométrie

- Développer  $\cos(2x) + \sin(2x)$ , puis  $\cos(6x)$ .
- Montrer les formules de trigonométrie vues en cours (par exemple  $2 \cos a \sin b = \sin(a+b) \sin(a-b)...$ ). On pourra aller voir l'aide sur la fonction combine.
- Observez les résultats obtenus en tapant :

```
> sin(arcsin(x));
```

```
> simplify(arcsin(sin(x)));
```

- > assume(-Pi/2<=x,x<=Pi/2);</pre>
- > simplify(arcsin(sin(x)));
- Qu'en pensez-vous?
- Donner la dérivée de la fonction tan (on ira chercher l'aide sur la fonction diff).
- Exprimer  $\cos(x)^6$  comme un polynôme de degré 6 en  $\cos(x)$ .

#### 3.5 Nombres complexes

Maple sait aussi calculer avec les nombres complexes. On pourra notamment aller voir l'aide des fonctions abs, argument, polar, evalc, Re, Im.

- Donner l'écriture cartésienne des nombres complexes suivants :

$$(1/3 - 2i)(1/2 + i/2), \quad \frac{1}{1+3i}, \quad (2+3i)^3, \quad \frac{2-i}{1+i}.$$

- Déterminer le module et un argument de  $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{20}$ .
- Déterminer les racines carrées de 1 + i. Attention, Maple utilise la notation  $\sqrt{m}$  même pour les nombres complexes, ce qui vous est totalement interdit !
- Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation :

$$1 + \frac{1+i}{1-i} + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2 + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3 = 0.$$