TP Maple n°2

solve, plot... et quelques exercices géométriques

1 Résolution d'équations

On utilise pour cela la commande `solve`. Par exemple, on pourra tester les commandes suivantes :

```
> solve(x^2-2*x+2,x);
> solve(x^2+x+1,x);
> solve(x^2+b*x+c,x);
> solve(x^2+b*x+c,b);
```

Attention : Maple utilise allègrement la notation $\sqrt{z}$ même pour un $z \in \mathbb{C}$, ce que vous n'avez pas le droit de faire ! Ainsi, il n'a pas cherché à savoir si $b^2 - 4ac$ était un réel positif ou pas...

Il peut cependant y avoir quelques autres problèmes, quand Maple ne sait pas résoudre **symboliquement** l'équation :

```
> solve(x^5+x^3-5*x+1,x);
> solve(ln(x)=cos(exp(x)),x);
```

On peut alors demander la valeur approchée d'**une** solution (plusieurs si jamais Maple y arrive, mais ce n'est pas sûr...), avec la commande `fsolve` :

```
> fsolve(x^5+x^3-5*x+1,x);
> fsolve(ln(x)=cos(exp(x)),x);
```

Pour les systèmes d'équations linéaires, on utilise les mêmes commandes mais avec une syntaxe adaptée :

```
> solve({x+y=1,x-y=2},{x,y});
> fsolve({x+y=1,x-y=2},{x,y});
```

Maple peut même parfois résoudre des inéquations :

```
> solve(x^2-1<=0,x);
```

2 Graphiques

2.1 Courbe représentative d'une fonction $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$

On utilise pour cela la commande `plot`. Les options sont nombreuses (allez voir l'aide de plot, notamment la rubrique plot[options] ! !) :

```
> plot(sin(x),x=-4*Pi..5*Pi);
> plot(sin(x),x=-4*Pi..5*Pi,y=-2..5,color=wheat,
                    labels=["abscisses","ordonnées"],title="Graphe");
```

On peut superposer des graphes :

```
> plot([sin(x),cos(x)],x=-4*Pi..5*Pi,color=[red,green]);
```

Pour des fonctions définies par morceaux, on utilise la fonction `piecewise` : allez voir l'aide !

2.2 Courbes définies implicitement

Certaines courbes sont définies implicitement par une équation qui ne correspond pas à une fonction. Par exemple, pour un cercle d'équation $x^2 + y^2 + x - 3 = 0$:

```
> with(plots); # on charge le package "plots" qui contient les commandes utiles
> implicitplot(x^2+y^2+x-3=0,x=-5..5,y=-2..2,color=green);
```

2.3 Animations

Si les courbes dépendent d'un paramètre, on peut utiliser la commande `animate` :

```
> with(plots); # ne pas le récrire s'il a déjà été chargé!
> animate( plot, [A*(x^2-1),x=-4..4], A=-2..2 );
```

Si l'on veut créer une animation avec des valeurs non réparties du paramètre :

```
> g:=seq(plot(sin(a*x),x=-5..5),a=[-1,0,exp(1),4,5]): #notez bien le " : " au lieu du " ; "
> display(g,insequence=true);
```

3 Un exercice de géométrie

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$, on considère la fonction qui, à tout point M d'affixe z ($z \neq 2i$), associe le point M' d'affixe z' donnée par

$$z' = \frac{z - 3 + i}{z - 2i} \;.$$

1. Quel est l'ensemble des points M tels que M' soit sur l'axe réel ?
2. Quel est l'ensemble des points M tels que $\arg(z') = \pi/2\ [\pi]$?
3. Quel est l'ensemble des points M tels que $|z'| = 2$?
4. Représenter graphiquement (sur un même schéma) ces trois ensembles.

Bien sûr, on va s'aider de Maple pour cela, mais ça n'empêche pas de réfléchir...

4 Deux études de fonctions avec Maple

1. Étudier la fonction $f : x \mapsto \sqrt{\dfrac{x^2 - 2x + 2}{x^2 + 4}}$: domaine de définition, limites, dérivée, signe de la dérivée, graphe...
2. ↯Trouvez les constantes a, b et c telles que le graphe de $f\ :\ x \mapsto 3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ ait des tangentes horizontales en $(2;-3)$ et $(0;7)$. Tracez le graphe associé. Il y a un troisième point où la tangente est horizontale : trouvez-le !