1. (a) Tout ce que vous pouvez dire sur la fonction $\exp$.
(b) Calculer la somme suivante :

$$S_1 = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 2^k.$$

- (c) Résoudre dans $\mathbb{C}^2$ le système suivant :

$$(S) : \begin{cases} z_1 + z_2 = i \\ z_1 z_2 = 1 - 3i. \end{cases}$$

- (d) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $\left(\frac{z+1}{z-1}\right)^5 = e^{i\theta}$ pour $\theta \in [0, 2\pi[$.
-

2. (a) Tout ce que vous pouvez dire sur la fonction $\ln$.
(b) Calculer la somme suivante :

$$S_2 = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-1)^k.$$

- (c) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante : $z^4 - (5 - 14i)z^2 - 2(5i + 12) = 0$.

- (d) i. Soient $a, b \in \mathbb{C}$ deux complexes distincts ($a \neq b$) et $n \geq 2$ un entier.
Résoudre l'équation $(z - a)^n = (z - b)^n$.

ii. En déduire que les solutions sont les affixes de points alignés.

Indication : On pourra utiliser le module des quantités étudiées.

3. (a) Tout ce que vous pouvez dire sur la fonction $\operatorname{sh} : x \mapsto \frac{e^x - e^{-x}}{2}$.

- (b) Résoudre dans $\mathbb{C}^*$ l'équation suivante :

$$\left(\frac{z^2+1}{z}\right)^3 + \left(\frac{z^2+1}{z}\right)^2 + \left(\frac{z^2+1}{z}\right) + 1 = 0.$$

- (c) Calculer la somme suivante :

$$S_3 = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}.$$

- (d) Calculer la longueur d'un côté d'un polygone régulier à n côtés ($n \geq 2$) inscrit dans le cercle unité.