

B04 - Contrôle continu n°1

5 février 2007

Exercice 1 On considère les vecteurs de \mathbb{R}^4 suivants :

$$u_1 = (1, 2, -1, -2)$$

$$u_2 = (-2, -5, 0, 3)$$

$$u_3 = (1, 1, -3, -3)$$

1. Calculer le rang de la famille (u_1, u_2, u_3) .
2. Expliciter une relation non triviale entre u_1, u_2 et u_3 .
3. On pose $u_4 = (-1, -3, -1, 1) \in \mathbb{R}^4$. Le vecteur u_4 appartient-il à $\text{Vect}(u_1, u_2, u_3)$? Si oui, donner une écriture de u_4 comme combinaison linéaire de u_1, u_2 et u_3 .
4. Résoudre le système (S) suivant, sous forme condensée :

$$(S) \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -1 & -2 & 0 \\ -2 & -5 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & -3 & -3 & 0 \\ -1 & -3 & -1 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

Quelle est la nature de l'ensemble (E) des solutions de (S) ?

Exercice 2 Dire dans chaque cas si la partie de \mathbb{R}^2 est un espace vectoriel ou pas :

$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y = 2x + 1\}$	<i>VRAI</i>	<i>FAUX</i>
$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x + iy = (3x + y) + i(x - y)\}$	<i>VRAI</i>	<i>FAUX</i>
$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / (2x - y)^2 = 0\}$	<i>VRAI</i>	<i>FAUX</i>
$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^4 + 2x^2 = 0\}$	<i>VRAI</i>	<i>FAUX</i>
$\{(0, \ln t) / t \in]0, +\infty[\}$	<i>VRAI</i>	<i>FAUX</i>