
Contrôle continu n°3

16 juin 2007 – Durée : 15 mn

Les documents, calculatrices et téléphones portables sont interdits.

Ce QCM comporte 12 questions. Il faut cocher la bonne réponse. Chaque bonne réponse vaut 1 point, et chaque erreur enlève 0.5 point à la note finale.

Si vous ne répondez pas à la question, il n'y a pas de malus.

1. L'ensemble E des vecteurs de $\mathbb{R}^3$ orthogonaux au vecteur $(1, 2, -1)$ est un sev de $\mathbb{R}^3$.

☐ Vrai ☐ Faux

2. L'ensemble E des polynômes à coefficients réels en une variable X et de degré exactement 5 est un sev de $\mathbb{R}[X]$.

☐ Vrai ☐ Faux

3. L'ensemble E des fonctions continues de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ positives ou nulles sur $[0, 1]$ est un $\mathbb{R}$ -ev pour les opérations habituelles.

☐ Vrai ☐ Faux

4. Soient x, y, z trois vecteurs de $\mathbb{R}^3$ deux à deux non colinéaires.
Alors la famille (x, y, z) est nécessairement libre.

☐ Vrai ☐ Faux

5. Soient E et F deux $\mathbb{R}$ -ev de dimensions finies vérifiant $\dim(E) < \dim(F)$.
Alors il existe toujours une application linéaire injective f de E dans F .

☐ Vrai ☐ Faux

6. Soit f une application linéaire quelconque de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$.
Le noyau de f est $\mathbb{R}^2$.

☐ Vrai ☐ Faux

7. Soit f un endomorphisme de $\mathbb{R}^3$, tel que $\text{Im} f$ et $\text{Ker} f$ sont en somme directe.
Alors $f|_{\text{Im} f}$ est injective.

☐ Vrai ☐ Faux

8. Soit f un endomorphisme de $\mathbb{R}^3$, tel que $\text{Im} f \oplus \text{Ker} f = \mathbb{R}^3$.
Alors $f|_{\text{Im} f}$ est injective.

☐ Vrai ☐ Faux

9. On considère le $\mathbb{R}$ -ev $\mathbb{R}_2[X]$ des polynômes à coefficients réels, en une variable et de degré au plus 2.
Soit

$$f : \begin{cases} \mathbb{R}_2[X] & \rightarrow \mathbb{R}_2[X] \\ P & \mapsto XP' - P \end{cases}$$

Alors f est un endomorphisme surjectif.

☐ Vrai ☐ Faux

10. Si E et F sont deux $\mathbb{R}$ -ev de même dimension finie $n \geq 1$, alors toute application linéaire non nulle de E dans F est un isomorphisme.

☐ Vrai ☐ Faux

11. Soit E un $\mathbb{Q}$ -ev de dimension finie. L'image d'une base de E par un endomorphisme surjectif de E est une base de E .

☐ Vrai ☐ Faux

12. Soit E un $\mathbb{C}$ -ev, F, G deux sev de E vérifiant $E = F \oplus G$, et f un endomorphisme de E .
Alors $E = f(F) \oplus f(G)$.

☐ Vrai ☐ Faux